

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TRENTO
CORSO DI PERFEZIONAMENTO UNIVERSITARIO ANNUALE

FISICA MODERNA

I fondamenti, le applicazioni tecnologiche, la didattica della fisica quantistica

Unità didattica

IL CORPO NERO

Dott. Mario Sandri

Anno Accademico 2004/2005

INDICE DEI CONTENUTI

Pagina 3	Destinatari
Pagina 3	Prerequisiti
Pagina 3	Accertamento dei prerequisiti
Pagina 4	Obiettivi
Pagina 4	Obiettivi generali
Pagina 4	Obiettivi trasversali
Pagina 5	Obiettivi specifici
Pagina 5	Conoscenze (obiettivi cognitivi)
Pagina 5	Competenze (obiettivi operativi)
Pagina 5	Capacità (obiettivi metacognitivi)
Pagina 6	Sviluppo dei contenuti
Pagina 6	Il Corpo nero
Pagina 7	Sviluppi storici
Pagina 8	Radiazione di corpo nero
Pagina 11	Esempio
Pagina 12	Ipotesi dei quanti di Planck
Pagina 14	Esempio
Pagina 16	Formula di Planck
Pagina 21	Il corpo nero e l'astronomia
Pagina 22	Legge di Stefan-Boltzmann
Pagina 23	La temperatura di Marte
Pagina 24	Il Sole come corpo nero
Pagina 28	Laboratorio – Legge di Wien e corpo nero
Pagina 31	Metodologie didattiche
Pagina 31	Materiali e strumenti utilizzati
Pagina 32	Controllo dell'apprendimento
Pagina 32	Valutazione
Pagina 32	Recupero e approfondimento
Pagina 32	Tempi dell'intervento didattico
Pagina 33	Bibliografia

DESTINATARI

Questa unità didattica è rivolta a studenti del 5° anno del Liceo Scientifico e del Liceo Scientifico P.N.I..

PREREQUISITI

- Conoscere il concetto di fisica moderna
- Conoscenza delle funzioni trigonometriche
- Conoscere le basi della meccanica classica
- Conoscere i principi dell'elettromagnetismo
- Conoscere le funzioni esponenziali
- Saper fare calcoli letterari
- Conoscere i principi dell'ottica geometrica
- Conoscere un'equazione differenziale
- Saper fare calcoli
- Conoscere le funzioni in due variabili

ACCERTAMENTO DEI PREREQUISITI

Questa unità didattica prevede che l'alunno abbia completamente acquisito nelle unità didattiche precedenti le conoscenze e le competenze sui concetti fondamentali della fisica e sulla relazione che intercorrono tra le grandezze spostamento, velocità e accelerazione, nonché su concetti fondamentali della matematica quali le funzione in più variabili, la trigonometria e le derivate.

Come accertamento dei prerequisiti si accettano i risultati delle verifiche sommative delle unità didattiche precedenti, pur ritenendo necessario condurre una lezione dialogata, durante la quale l'insegnante verifica ulteriormente le conoscenze ponendo alcune domande opportune.

Alcuni punti essenziali e di strategica importanza sono da rivedere, integrare e rinforzare in classe, durante la prima ora dell'unità didattica, con modalità dialogica-interattiva. Gli studenti carenti in determinati argomenti, saranno invitati, entro la successiva lezione, a rivedere le tematiche in questione.

OBIETTIVI

Obiettivi generali

- Acquisire le conoscenze, competenze e capacità previste dall'unità didattica per l'argomento il corpo nero
- Contribuire a sviluppare e soddisfare l'interesse degli studenti per la fisica, in generale, e per la fisica moderna, in particolare
- Saper utilizzare consapevolmente procedure matematiche nell'ambito fisico
- Riconoscere il contributo dato dalla fisica allo sviluppo delle scienze umane
- Migliorare l'abilità di lettura di grafici evidenziando in tal senso anche capacità critiche
- Motivare gli alunni ad attività di studio teorico degli aspetti quotidiani della fisica
- Contribuire a rendere gli studenti in grado di affrontare situazioni problematiche di natura fisica avvalendosi nei modelli fisico-matematici più adatti alla loro rappresentazione
- Condurre ad un appropriato utilizzo del lessico specifico della fisica e a saper argomentare con proprietà di espressione e rigore logico
- Sviluppare il senso critico e la capacità di correggere errori
- Acquisire un'adeguata conoscenza e comprensione dei contenuti proposti insieme alla consapevolezza del proprio stile di apprendimento
- Possedere e migliorare il metodo di studio
- Abituare ad un metodo autonomo di lavoro, consolidando la capacità progettuale ed organizzativa

Obiettivi trasversali

- Educare gli alunni ad un comportamento corretto e responsabile verso compagni ed insegnanti e al rispetto reciproco nei rapporti interpersonali
- Sviluppare attitudine alla comunicazione favorendo lo scambio di opinioni tra docente e allievo e tra allievi
- Proseguire ed ampliare il processo di preparazione scientifica e culturale degli studenti
- Contribuire a sviluppare lo spirito critico e l'attitudine a riesaminare criticamente ed a sistemare logicamente le conoscenze acquisite

Obiettivi specifici

Conoscenze (obiettivi cognitivi)

- Conoscere il concetto di corpo nero
- Conoscere le leggi che governano che spiegano il corpo nero
- Conoscere il concetto di quanto
- Conoscere l'equazione di Planck
- Conoscere il significato fisico di grandezze comunemente adottate nell'ambito della fisica del corpo nero

Competenze (obiettivi operativi)

- Saper determinare la temperatura di un corpo nero
- Saper determinare le caratteristiche principali di uno spettro di radiazione
- Saper determinare il numero quantico di un sistema
- Saper determinare i parametri di un pianeta
- Saper determinare i parametri di una stella

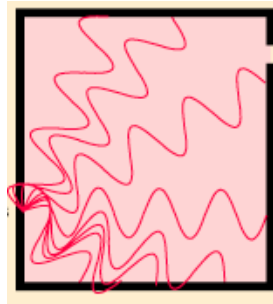
Capacità (obiettivi metacognitivi)

- Riconoscere la stretta analogia tra fisica e mondo reale
- Acquisire la capacità di leggere ed interpretare fenomeni del mondo reale e fisico, applicando le competenze fisico-matematiche acquisite
- Saper utilizzare le conoscenze e le competenze acquisite per risolvere problemi
- Essere in grado di riconoscere in contesti diversi la presenza di fenomeni del tipo descritti ed essere in grado di trarre informazioni sul fenomeno che rappresentano, utilizzando le conoscenze e competenze acquisite.

SVILUPPO DEI CONTENUTI

IL CORPO NERO

Si definisce corpo nero un oggetto che assorbe tutta l'energia che lo colpisce. Poiché esso, data la definizione, non rifletterebbe la luce, dovrebbe apparire completamente nero. Anche se in natura non esiste un corpo nero perfetto, le superfici coperte di nerofumo, per esempio, assorbono il 97% dell'energia incidente.



Il corpo nero è anche un perfetto emettitore. Ad ogni data temperatura il corpo nero emette, in ogni parte dello spettro elettromagnetico, la massima energia possibile per un qualsiasi corpo la cui energia irradiata sia dovuta alla sola temperatura. Questa radiazione ha una sua caratteristica distribuzione in energia ed è chiamata radiazione del corpo nero. Paragonando la radiazione emessa dagli oggetti reali con quella di un corpo nero teorico ideale, si ottengono informazioni sulle proprietà termodinamiche dei materiali. La possibilità, inoltre, di spiegare accuratamente la radiazione del corpo nero permette agli scienziati di verificare la validità delle leggi fisiche.

SVILUPPI STORICI

Verso la fine del sec. XIX si studiò intensamente il problema di correlare l'energia e la distribuzione spettrale della radiazione del corpo nero. Nel 1879 Josef Stefan scoprì per mezzo di prove sperimentali che l'energia irradiata nell'unità di tempo dall'unità di superficie è proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta. Alla stessa conclusione arrivò nel 1884 anche Ludwig Boltzmann per mezzo di considerazioni teoriche e si ebbe la legge di Stefan-Boltzmann.

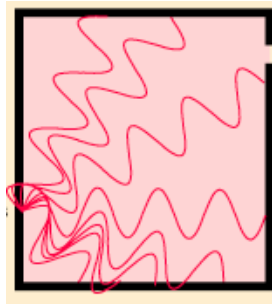
I fisici, tuttavia, incontrarono maggiori difficoltà quando si cercò di calcolare l'energia irradiata da un corpo nero a una particolare lunghezza d'onda. I metodi classici (le leggi del moto delle particelle, le equazioni di Maxwell per le onde elettromagnetiche) si dimostrarono insoddisfacenti. Ad esempio, nel 1896 il fisico tedesco Wilhelm Wien ottenne una espressione per la radiazione del corpo nero a una specifica lunghezza d'onda, che in generale seguiva abbastanza bene i risultati sperimentali, ma non per grandi valori di lunghezza d'onda. Un'altra equazione, sviluppata dall'inglese Lord Rayleigh e modificata da un altro scienziato inglese, James Jeans, andava bene per grandi valori di lunghezza d'onda, ma non per le piccole lunghezze d'onda. La loro legge, infatti, prevedeva che per lunghezza d'onda tendente a zero l'energia emessa divenisse infinita, un evento impossibile che venne chiamato "catastrofe dell'ultravioletto". La soluzione a questi problemi venne dalla meccanica quantistica.

Nel 1900 Max Planck propose un'espressione accurata per tutte le lunghezze d'onda. Sviluppò questa legge ricavandola da risultati sperimentali, ma poco dopo riuscì a derivarla anche da considerazioni teoriche. L'aspetto notevole del suo lavoro è che richiedeva l'ipotesi che l'energia esistesse non in forma continua ma in pacchetti discreti, più tardi chiamati quanti. La grandezza di un quanto è determinata da una costante chiamata costante di Planck. Benché Planck tentasse ancora di giustificare la sua legge della radiazione del corpo nero su basi classiche, l'apparizione della costante di Planck nella teoria fotoelettrica di Einstein (1905) confermò l'ipotesi quantistica e dette inizio a una nuova era per la fisica.

RADIAZIONE DI CORPO NERO

Se si guarda attraverso una piccola apertura all'interno di una fornace calda, si vede il bagliore associato alla sua alta temperatura. Per quanto inverosimile possa sembrare, questa luce ha giocato un ruolo centrale nella rivoluzione della fisica avvenuta all'inizio del Novecento. Attraverso lo studio di questi sistemi fu introdotta per la prima volta nella fisica l'idea della quantizzazione dell'energia, cioè l'affermazione che l'energia può assumere soltanto valori discreti.

Per essere più precisi, i fisici della fine dell'Ottocento studiavano attivamente la radiazione elettromagnetica emessa da un sistema fisico chiamato corpo nero. Si osservi che tale corpo può essere considerato come una cavità con una piccola apertura verso il mondo esterno, come una fornace. La luce, che entra nella cavità attraverso l'apertura, è riflessa molte volte dalle pareti interne fino al completo assorbimento.



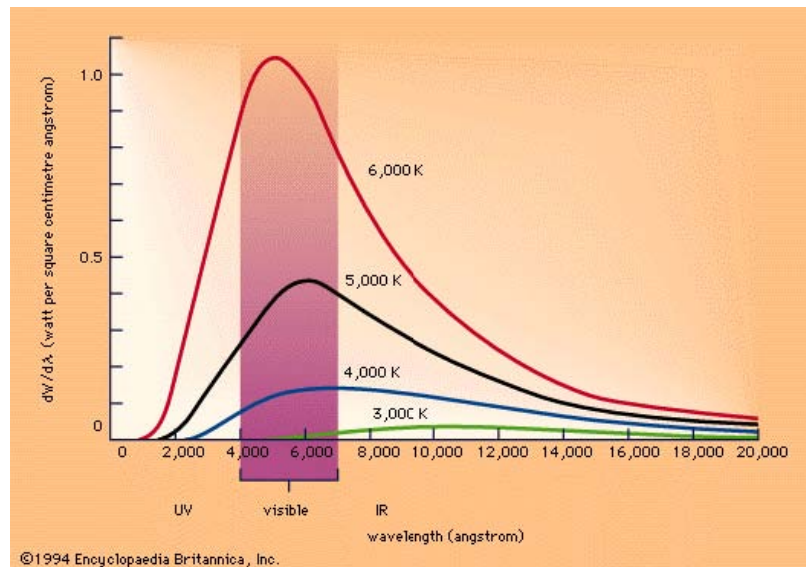
Per questa ragione, si chiama il sistema nero, anche se il materiale di cui è fatto non è necessariamente nero.

Un corpo nero ideale assorbe tutta la radiazione che incide su di esso.

I corpi che assorbono la maggior parte della luce incidente, anche se non tutta, costituiscono ragionevoli approssimazioni di un corpo nero; ovviamente i corpi altamente riflettenti e brillanti non possono essere presi come approssimazione di un corpo nero.

I corpi in grado di assorbire una radiazione sono anche in grado di emetterla. Perciò un corpo nero ideale è anche un radiatore ideale.

Si faccia un semplice esperimento con un corpo nero: lo si scaldi fino ad una temperatura fissata T e si misuri la quantità di radiazione elettromagnetica che il corpo nero emette ad una data frequenza ν . Si ripeta questa misura per varie frequenze e si riportino i risultati in un grafico frequenza-intensità di radiazione. In figura è mostrato il risultato di un tipico esperimento di radiazione di corpo nero, per differenti temperature.



Si osservi che c'è poca radiazione per basse frequenze, un picco della radiazione per le frequenze intermedie e infine una caduta della radiazione alle alte frequenze.

Si deve sottolineare che nell'esperimento di corpo nero

la distribuzione dell'energia nella radiazione di corpo nero è indipendente dal materiale con cui esso è costituito. Tale distribuzione dipende solamente dalla temperatura T .

Perciò un corpo nero di acciaio e uno di legno danno esattamente lo stesso risultato quando sono portati alla stessa temperatura. Quando un fisico osserva qualcosa che è indipendente dai dettagli del sistema, è chiaro che sta osservando un fenomeno di importanza fondamentale. È proprio quello che è accaduto con la radiazione di corpo nero.

Tre aspetti delle curve di radiazione di corpo nero sono di particolare importanza.

- Si osservi che, incrementando la temperatura, l'area sotto la curva aumenta; poiché l'area totale sotto la curva è una misura dell'energia totale emessa dal corpo nero, ciò significa che l'oggetto irradia più energia quando diventa più caldo.
- Si osservi che il massimo della curva si sposta verso le alte frequenze a mano a mano che aumentiamo la temperatura assoluta T . Tale spostamento del massimo con la temperatura è descritto dalla legge dello spostamento di Wien:

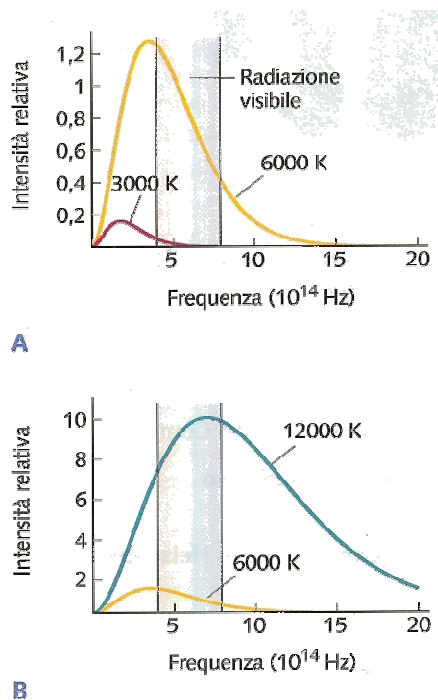
$$\nu_{picco} = 5.88 \cdot 10^{10} \cdot T$$

$$\lambda_{picco} = \frac{0.29 \cdot 10^{-3}}{T}$$

- Si osservi che le curve non si intersecano mai.

C'è quindi un legame diretto fra la temperatura di un corpo e la frequenza della radiazione che esso emette con maggiore intensità.

Per specificare meglio la conclusione della precedente verifica dei concetti, analizziamo con maggior dettaglio la seguente figura.



Alla temperatura minore mostrata, 3000 K, la radiazione è più intensa all'estremo rosso dello spettro visibile piuttosto che all'estremo violetto. Un corpo a questa temperatura, come per esempio la serpentina di una stufa, apparirebbe rosso fuoco. A tale temperatura la maggior parte della radiazione è nell'infrarosso e perciò non è visibile.

Un corpo nero a 6000 K, come la superficie del Sole, emette una radiazione intensa nello spettro visibile, sebbene ci sia ancora più radiazione all'estremo rosso che all'estremo violetto. Per questo motivo la luce del Sole appare giallognola.

Infine, a 12000 K un corpo nero appare bianco-bluastro e la maggior parte della sua radiazione è nell'ultravioletto.

ESEMPIO

Sapendo che il massimo della radiazione della stella Rigel si verifica per una frequenza di $2.07 \cdot 10^5$ Hz, trovare la temperatura superficiale della stella.

Risoluzione

Si ricava la temperatura T dalla legge dello spostamento di Wien:

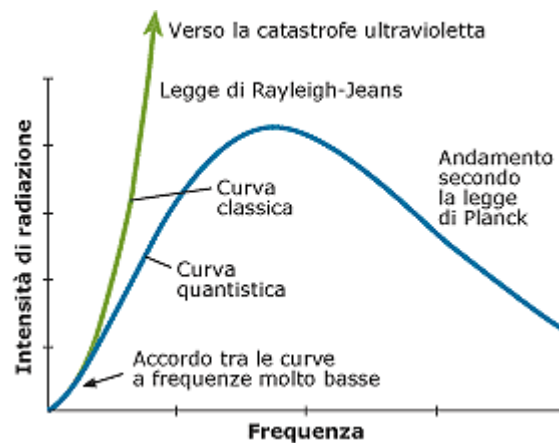
$$T = \frac{\nu_{picco}}{5.88 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}} = \frac{1.17 \cdot 10^{15} \text{ Hz}}{5.88 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}} = 19900 \text{ K}$$

Questa temperatura è un po' più del triplo di quella del Sole. Perciò la radiazione di corpo nero ha permesso di determinare la temperatura di una stella distante.

IPOTESI DEI QUANTI DI PLANCK

Sebbene, dal punto di vista sperimentale, verso la fine dell'Ottocento la comprensione della radiazione di corpo nero fosse piuttosto approfondita, rimaneva ancora da risolvere un problema. I tentativi di trovare una spiegazione teorica alle curve della radiazione di corpo nero, utilizzando la fisica classica, fallivano miseramente.

Per capire il problema, si analizzino le curve mostrate in figura. La curva blu rappresenta il risultato sperimentale della radiazione di un corpo nero a una data temperatura. La curva verde, al contrario, mostra la previsione teorica della fisica classica. Evidentemente, il risultato classico non può essere valido, poiché la curva diverge all'infinito alle alte frequenze e ciò implicherebbe che il corpo nero irraggi una quantità infinita di energia. Questa situazione paradossale alle alte frequenze viene chiamata catastrofe ultravioletta.



Il fisico tedesco Max Planck (1858 – 1947) lavorò a lungo e intensamente a questo problema. Alla fine, egli riuscì a trovare una funzione matematica che si accordava con gli esperimenti per qualsiasi frequenza.

Il problema successivo che lo scienziato tedesco dovette affrontare fu quello di riuscire a ricondurre questa funzione a un qualche principio fisico che lo giustificasse. Egli trovò che l'unico modo era fare la seguente assunzione, audace e innovativa: *l'energia della radiazione di un corpo nero alla frequenza ν deve essere un multiplo intero del prodotto di una costante h per la frequenza*; in altre parole, l'energia è quantizzata:

$$E_n = nh\nu \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

La costante h in questa espressione è nota come costante di Planck e ha il seguente valore

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Questa costante è riconosciuta oggi come una delle costanti fondamentali della natura, sullo stesso piano di altre costanti importanti, come la velocità della luce nel vuoto, la massa a riposo dell'elettrone, la costante di gravitazione universale, etc.

L'assunzione della quantizzazione dell'energia costituisce un allontanamento dalla fisica classica, nella quale l'energia può assumere qualsiasi valore. Nel calcolo di Planck, l'energia può avere solo i valori discreti $h\nu$, $2h\nu$, $3h\nu$ e così via. A causa di questa quantizzazione, quando un sistema passa da uno stato quantico ad un altro, l'energia può variare solo per salti quantizzati di energia, non minore di $h\nu$. L'incremento fondamentale, o quanto di energia $h\nu$, è incredibilmente piccolo, come si può vedere dal piccolissimo valore della costante di Planck.

I numeri quantici di un sistema macroscopico sono incredibilmente grandi e la differenza tra due numeri successivi insignificante. Analogamente, la variazione di energia da uno stato quantico al successivo è così piccola che non possiamo misurarla sperimentalmente. Quindi, per tutte le situazioni che normalmente si presentano, l'energia di un sistema macroscopico sembra variare con continuità, anche se, in realtà, varia per piccoli salti. Al contrario, in un sistema atomico, i salti di energia sono di grande importanza.

Ritornando per un momento alla catastrofe ultravioletta, ora si può vedere come l'ipotesi di Planck elimina la divergenza alle alte frequenze prevista dalla fisica classica.

Nella teoria di Planck, più alta è la frequenza ν , maggiore è il quanto di energia $h\nu$. Pertanto, a mano a mano che la frequenza aumenta, la quantità di energia necessaria anche per il più piccolo salto quantico aumenta. Poiché ha solo una quantità finita di energia, un corpo nero non può fornire la grande quantità di energia necessaria per produrre un salto quantico a una frequenza estremamente elevata, di conseguenza la quantità di radiazione alle alte frequenze scende a zero.

Nonostante la teoria di Planck sulla quantizzazione dell'energia permettesse di descrivere adeguatamente i risultati sperimentali per la radiazione di corpo nero, essa non soddisfaceva pienamente né Planck né gli altri fisici: sembrava infatti costruita ad hoc e appariva più come un espediente matematico che come una vera rappresentazione della natura. Con il lavoro di Einstein i ben motivati dubbi sulla teoria dei quanti iniziarono a dissolversi.

ESEMPIO

Data una massa di 1,2 kg attaccata a una molla con una costante elastica di 35 N/m e che possiede una velocità massima di 0,95 m/s, determinare:

1. la frequenza di oscillazione e l'energia totale di questo sistema massa-molla;
2. la dimensione di un quanto di energia in questo sistema;
3. il numero quantico n , assumendo che l'energia in questo sistema soddisfi la relazione

$$E_n = nh\nu$$

Risoluzione

1. È possibile ricavare la frequenza di oscillazione dalla seguente relazione:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi\nu$$

In questo caso si ottiene:

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{35 \text{ N/m}}{1.2 \text{ kg}}} = 0.86 \text{ Hz}$$

L'energia totale del sistema è data semplicemente dall'energia cinetica quando la massa attraversa la posizione di equilibrio. Si ottiene:

$$E = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} (1.2 \text{ kg}) (0.95 \text{ m/s})^2 = 0.54 \text{ J}$$

2. L'energia di un quanto è $h\nu$, dove la frequenza è quella trovata precedentemente.

$$h\nu = (6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) (0.86 \text{ Hz}) = 5.7 \cdot 10^{-34} \text{ J}$$

3. Uguagliando $E_n = nh\nu$ all'energia totale del sistema si ricava il numero quantico n :

$$n = \frac{E_n}{E} = \frac{0.54 \text{ J}}{5.7 \cdot 10^{-34} \text{ J}} = 9.5 \cdot 10^{32}$$

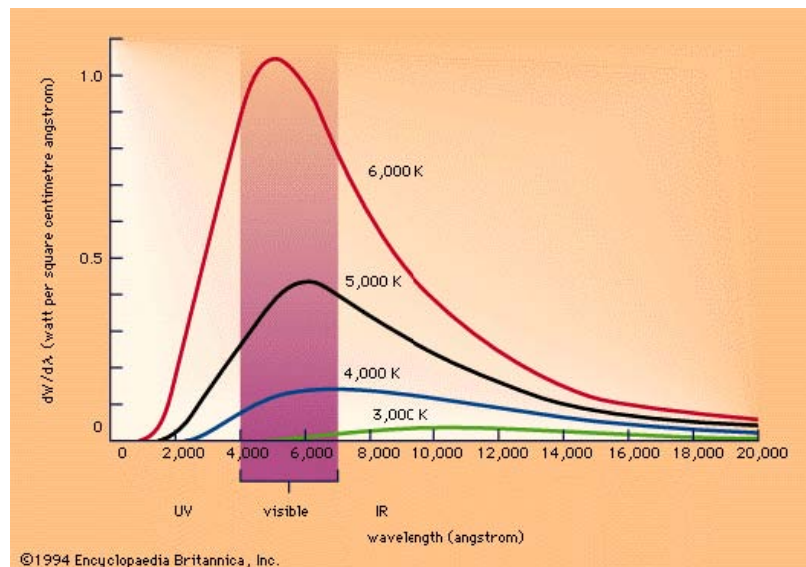
I valori trovati nei punti 2. e 3. sono di dimensioni incredibili. Per esempio, il quanto è dell'ordine di 10^{-34} J, comparato all'energia richiesta per rompere un legame in una molecola di DNA, che è dell'ordine di 10^{-20} J. Perciò il quanto di un sistema macroscopico è circa 10^{14} volte più piccolo dell'energia necessaria per rompere una molecola. Analogamente, il numero di quanti di un sistema, circa 10^{33} , è compatibile al numero di atomi in quattro piscine olimpioniche.

FORMULA DI PLANCK

Un corpo nero è un corpo ideale capace di assorbire e di emettere tutte le radiazioni elettromagnetiche e di non rifletterne alcuna. Con buona approssimazione si possono assimilare a un corpo nero tutti i corpi incandescenti. La migliore approssimazione di un corpo nero è una cavità munita di una piccola apertura. Ogni radiazione che entra attraverso l'apertura dopo numerose riflessioni interne viene assorbita dalle pareti della cavità. Lo spettro della radiazione emessa dall'apertura non dipende dal tipo di materiale di cui è fatta la cavità, ma dipende solo dalla temperatura di tale materiale. Se si osserva attraverso un reticolo di diffrazione la luce emessa dal filamento di una lampadina ad incandescenza, vediamo tutti i colori dell'arcobaleno. Il filamento emette anche radiazioni infrarosse che il nostro occhio non è in grado di percepire. Lo spettro di emissione può essere rappresentato in un grafico che riporta l'intensità delle radiazioni emesse alle varie lunghezze d'onda.

Anche la quantità totale di energia emessa ogni secondo dal corpo aumenta con la temperatura; più precisamente, essa è direttamente proporzionale alla quarta potenza della temperatura assoluta.

Pertanto come mostrano le curve della figura i corpi molto caldi emettono molta più energia al secondo dei corpi meno caldi. Ad esempio la potenza irradiata dal Sole nello spazio è pari a 4×10^{26} W, un valore enorme; in media, ogni metro quadrato della Terra riceve dal Sole circa un migliaio di Joule al secondo.



Perché lo spettro di un corpo nero ha proprio la forma riportata in figura? Le teorie della fisica classica non dovrebbero avere difficoltà a spiegare questo fenomeno. Il corpo nero contiene particelle cariche che oscillano e che, oscillando, irradiano onde elettromagnetiche, comportandosi

come "antenne" di dimensioni atomiche. Rayleigh e Jeans applicando le formule classiche trovarono che il potere emissivo specifico I_λ o I_ν ha la seguente relazione (1):

$$I_\lambda = \frac{2\pi c}{\lambda^4} KT$$

$$I_\nu = \frac{2\pi\nu^4}{c^3} KT$$

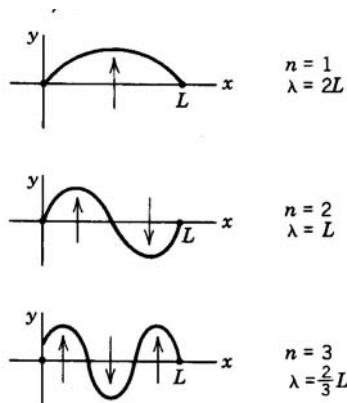
La formula precedente può essere riscritta nel seguente modo:

$$I_\lambda = \left(\frac{c}{4}\right)\left(\frac{8\pi}{\lambda^4}\right)KT$$

dove $(8\pi/\lambda^4)$ è il numero delle onde stazionarie, per unità di volume, di lunghezza d'onda λ all'interno della cavità; un risultato ottenuto applicando le leggi della fisica classica; mentre KT , dove K è la costante di Boltzmann, è l'energia media di ciascuna onda stazionaria che coincide con l'energia delle cariche oscillanti che l'hanno generata. Questa energia è stata determinata tenendo conto che ad oscillare sono ioni e molecole che si comportano come un gas di particelle oscillanti, le quali ricordando la teoria dei gas perfetti hanno una energia cinetica dell'ordine di KT .

Le onde confinate in una scatola, come la cavità che rappresenta un corpo nero, sono stazionarie e quindi devono verificare la relazione:

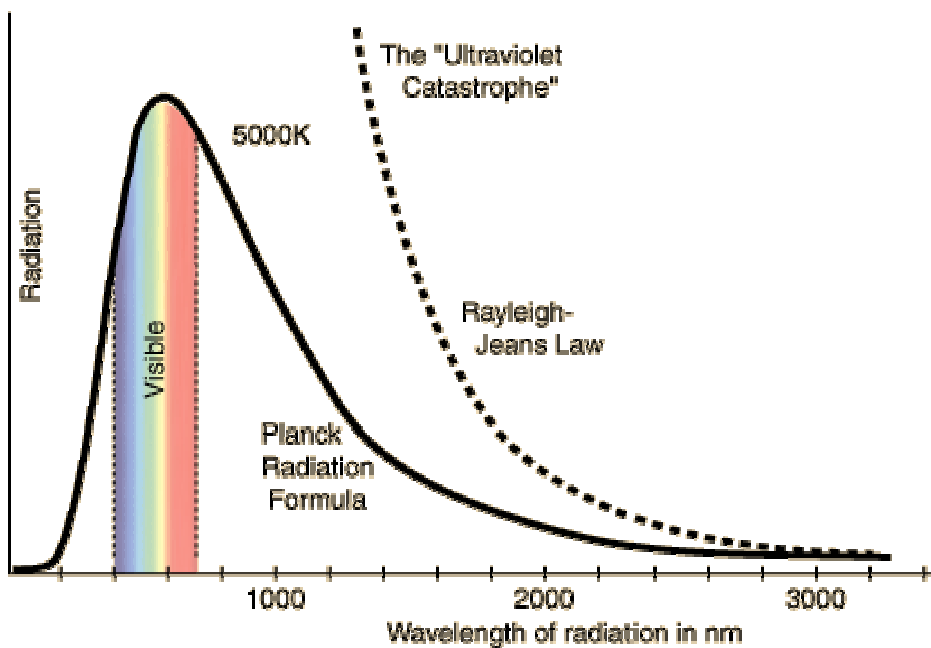
$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$



Si ricordi che la radianza o potere emissivo specifico è legata alla densità di energia u_λ , cioè all'energia per unità di volume dalla relazione:

$$I_\lambda = \frac{c}{4} u_\lambda$$

La relazione (1), la quale mostra che il potere emissivo specifico è direttamente proporzionale alla temperatura, approssima con buona approssimazione le curve solo nella regione spettrale delle onde lunghe cioè nella zona delle onde radio e raggi infrarossi. Infatti per $\lambda \rightarrow 0$ o $\nu \rightarrow \infty$ la (1) porta a $I_\lambda \rightarrow \infty$ cioè un corpo nero dovrebbe emettere in prevalenza onde elettromagnetiche di altissima frequenza, raggi X, raggi γ ; un forno da cucina sarebbe una sorgente di raggi γ (catastrofe ultravioletta).



Wien propose una formula che si adatta bene alla curva sperimentale solo nella zona delle onde corte:

$$I_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda KT}}$$

$$I_\nu = \frac{2\pi h\nu^5}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{KT}}$$

Il fatto che non si riuscisse a trovare una curva che si adattava perfettamente alla curva sperimentale era la conferma che il fenomeno dello spettro del corpo nero richiedeva un radicale cambiamento nel modo di concepire la natura dell'energia e della materia. La svolta avvenne il 14 dicembre del 1900 quando il fisico tedesco Max Planck mostrò che si otteneva una formula in accordo con la distribuzione sperimentale dell'energia emessa da un corpo nero solo a condizione di introdurre la seguente ipotesi "Gli oscillatori non possono assorbire o emettere onde elettromagnetiche con qualunque valore di energia ma solo certi valori discreti chiamati quanti, dati dalla relazione:

$$E_n = nh\nu \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots "$$

Ciò significa che gli intervalli tra i diversi valori di energia permesso sono troppo piccoli perché sia possibile osservare una quantizzazione dell'energia nel caso dei corpi macroscopici. Con l'ipotesi dei quanti Planck ottenne per I_λ l'espressione:

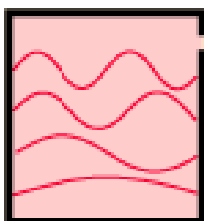
$$I_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda KT}} - 1}$$

$$I_\nu = \frac{2\pi h\nu^5}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{KT}} - 1}$$

che può essere riscritta come:

$$I_\lambda = \left(\frac{c}{4}\right) \left(\frac{8\pi}{\lambda^4}\right) \left[\left(\frac{hc}{\lambda}\right) \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda KT}} - 1}\right]$$

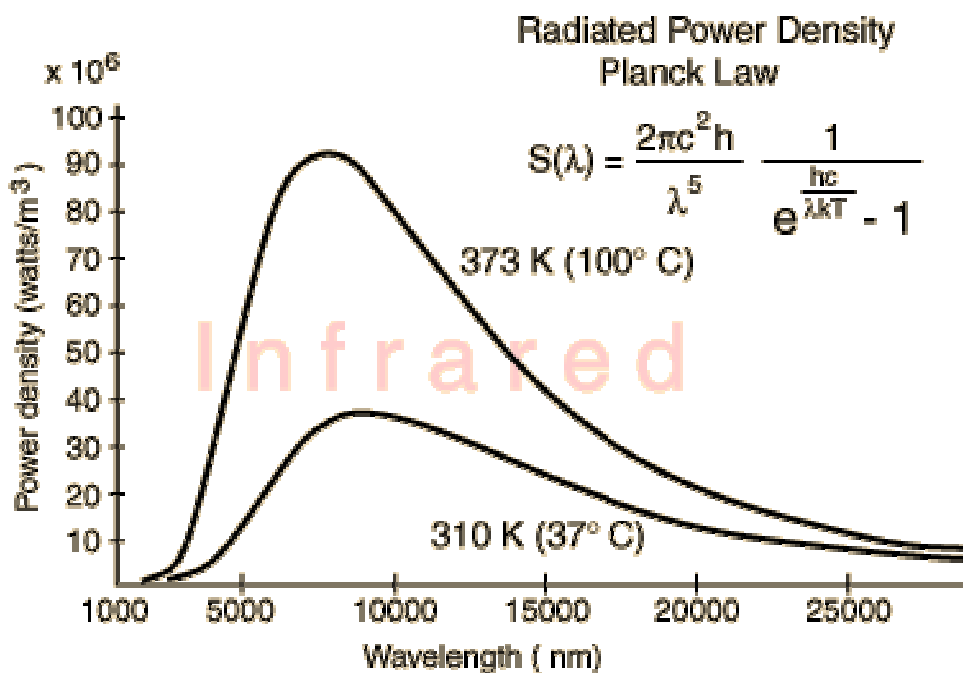
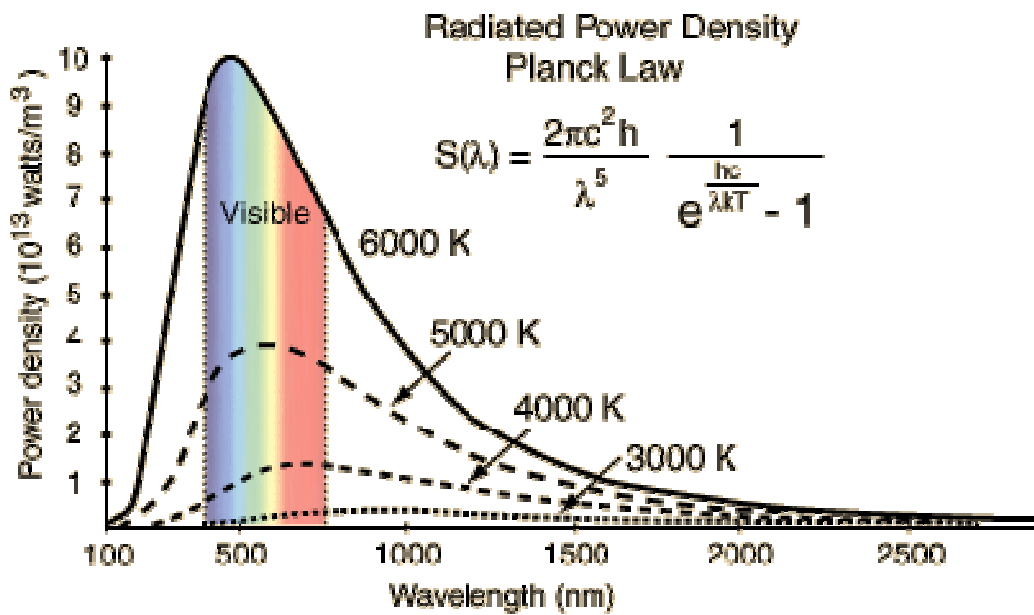
Radiation modes in a hot cavity provide a test of quantum theory



	#Modes per unit frequency per unit volume	Probability of occupying modes	Average energy per mode
CLASSICAL	$\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$	Equal for all modes	kT
QUANTUM	$\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$	Quantized modes: require $h\nu$ energy to excite upper modes, less probable	$\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$

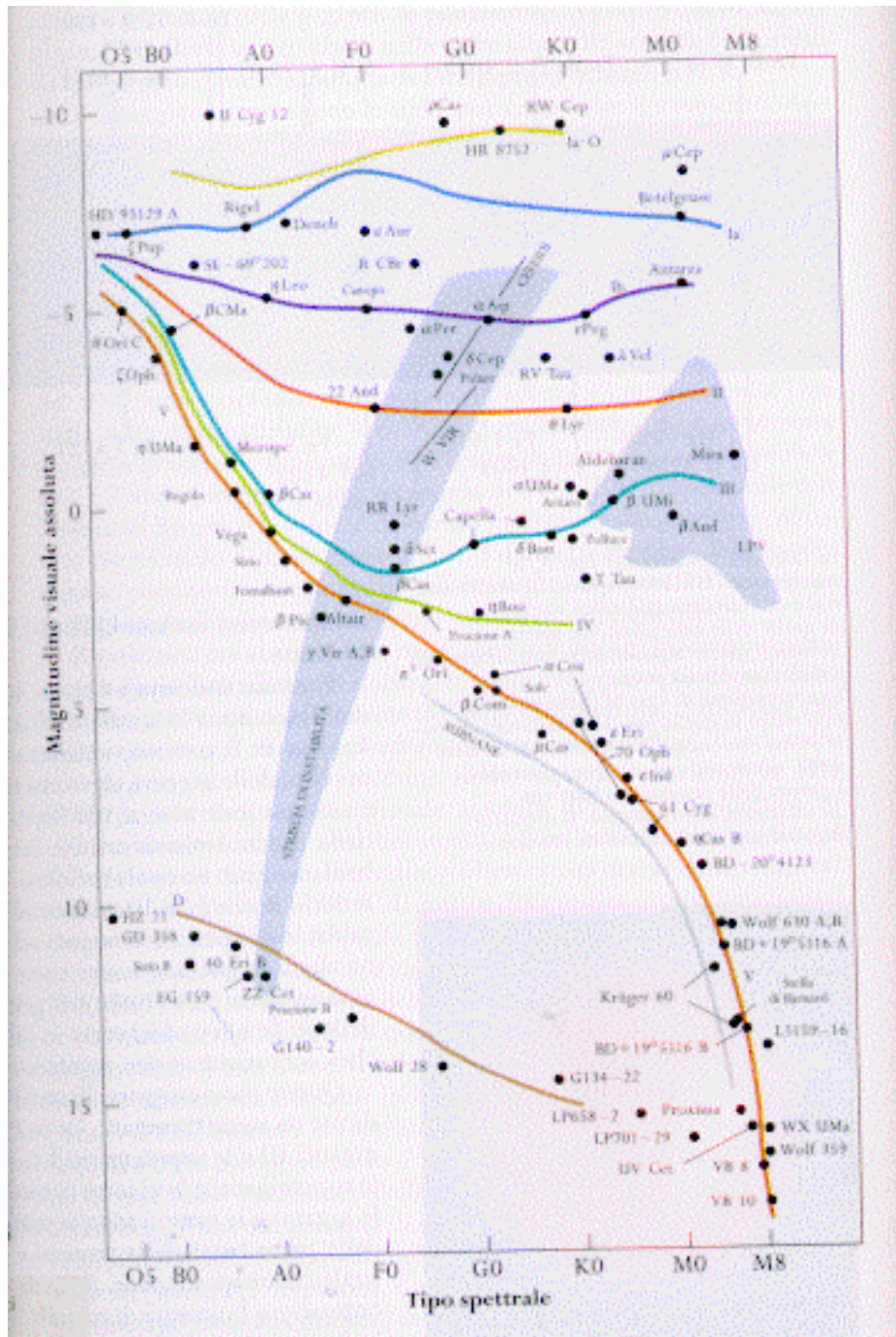
A partire dal massimo, l'intensità definita dalla formula di Planck decresce con andamento differente nelle due direzioni. Nella zona delle onde corte (λ piccola) il denominatore del secondo fattore della formula di Planck è grande, e si può trascurare l'unità ottenendo allora la formula di Wien che descrive la forte diminuzione del potere emissivo verso l'estremo violetto dello spettro.

All'estremità opposta dello spettro (raggi infrarossi e onde radio) l'attenuazione del potere emissivo dovuta alla diminuzione della lunghezza d'onda è molto più graduale e la formula di Planck si trasforma nella formula di Rayleigh-Jeans.



IL CORPO NERO E L'ASTRONOMIA

Da notare che queste leggi nella loro semplicità sono applicabili, ad esempio, anche in astronomia; infatti, in prima approssimazione una stella si può considerare un emettitore quasi perfetto e il suo spettro d'emissione si può considerare non troppo diverso da quello di un corpo nero.



LEGGE DI STEFAN-BOLTZMANN

Nel 1879 il fisico austriaco Stefan sperimentalmente scoprì che il potere emissivo di una sorgente è direttamente proporzionale alla quarta potenza della sua temperatura cioè.

$$\frac{I}{T^4} = \text{cost}$$

dove la costante è universale, vale $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ ed è detta di Stefan. Quindi la legge di Stefan è espressa dalla seguente formula:

$$I = \sigma T^4$$

Cinque anni più tardi Boltzmann teoricamente dimostrò che la formula precedente è rigorosamente valida soltanto per i corpi neri cioè per quei corpi in grado di assorbire tutta la radiazione che li investe. Boltzmann generalizzò la formula per le sorgenti di luce qualsiasi, detti corpi grigi, nel seguente modo:

$$I = \varepsilon \sigma T^4$$

dove ε è l'emissività della sorgente ed è un numero adimensionale compreso tra 0 e 1. Pertanto *"l'irraggiamento termico di qualsiasi corpo è sempre minore dell'irraggiamento del corpo nero per λ e T dati"*. Se invece di considerare 1 m^2 di superficie del corpo considerano tutta la sua superficie A la precedente espressione diventa la potenza irradiata dall'intero corpo nel seguente modo:

$$P = A \varepsilon \sigma T^4$$

LA TEMPERATURA DI MARTE

La potenza totale irradiata dal Sole di superficie $S = 4\pi r^2$ e raggio $r = 6.5 \times 10^8 \text{ m}$ è:

$$P = I \cdot S = \sigma T^4 \cdot S = 3.5 \cdot 10^{26} \frac{W}{m^2}$$

dove $\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$

Questa potenza totale irradiata dal Sole è distribuita in modo uniforme sulla sfera ideale centrata sul Sole avente come raggio la distanza d Sole-Marte, $d = 228\,000\,000 \text{ Km} = 2.28 \times 10^{11} \text{ m}$. Quindi su ogni m^2 di superficie del pianeta arriveranno onde elettromagnetiche aventi un'intensità data da:

$$I' = \frac{P}{4\pi d^2} = 540 \frac{W}{m^2}$$

Il pianeta intercetta le onde elettromagnetiche sulla sua faccia illuminata dal Sole che possiamo assimilare ad un disco di raggio pari al raggio R del pianeta $R = 3300 \text{ Km}$. Pertanto la potenza delle onde elettromagnetiche raccolte dal pianeta sarà:

$$P' = I' \cdot \pi R^2 = 1.85 \cdot 10^{16} \text{ W}$$

Marte ha un albedo pari a $A = 0,16$, vale a dire che riflette il 16 % della radiazione incidente. Pertanto, assorbendo $(1-A) = 0,84 \times 100 = 84 \%$ della radiazione incidente, riceverà una potenza:

$$P_{\text{assorbita}} = 0.84 \cdot 1.85 \cdot 10^{16} = 1.55 \cdot 10^{16} \text{ W}$$

Poiché la temperatura di un pianeta è stabile vi è equilibrio tra la quantità di energia che riceve e quella che emette come corpo nero. Se la temperatura del pianeta è T , la potenza emessa dal pianeta sarà:

$$P_{\text{emessa}} = S_{\text{pianeta}} \cdot \sigma T^4$$

$$P_{\text{assorbita}} = P_{\text{emessa}}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{P_{\text{assorbita}}}{\sigma \cdot 4\pi \cdot R^2}} = 208 \text{ K}$$

IL SOLE COME CORPO NERO

Studiamo il corpo nero più importante per la vita sulla Terra: il Sole.

1) Dimensioni

Visto da Terra ad occhio nudo il Sole è con la Luna, l'unico oggetto del cielo che non appare puntiforme ma con dimensioni finite: il suo diametro apparente α , uguale a quello della Luna, misura 32' d'arco circa 0.5° . Ricordiamo che una spanna a braccio teso sottende un angolo di circa 20° mentre l'arco sotteso da un pugno chiuso è la metà. L'occhio riesce a percepire al massimo la separazione di una coppia di oggetti distanti 3 primi d'arco (dieci volte inferiore del diametro della Luna). La distanza d Terra-Sole viene definita Unità Astronomica e vale circa $1,5 \times 10^{11}$ m. Utilizzando un po' di trigonometria è possibile ricavare il raggio solare R :

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{R}{d}$$

Il raggio solare risulta essere pari a:

$$R = d \tan \frac{\alpha}{2} = 6.5 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Rapportando tale valore con quello del raggio terrestre si nota immediatamente che $R_{Sole} \approx 100 R_{Terra}$

Si può ora ricavare immediatamente il valore del volume e la superficie del Sole considerandolo come se fosse una sfera:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = 1.4 \cdot 10^{27} \text{ m}^3$$

$$S = 4\pi R^2 = 5.3 \cdot 10^{18} \text{ m}^2$$

Per quanto visto prima risulta che $V_{Sole} \approx 1000000 V_{Terra}$

2) Massa

Per trovare la massa del Sole si utilizza un'approssimazione. Si considera tale astro fermo e la Terra che gli orbita attorno su un'orbita circolare. In questa situazione si ha l'equilibrio tra la forza gravitazionale Terra-Sole e la forza centrifuga terrestre da cui si ricava:

$$G \frac{mM}{d^2} = m \frac{v^2}{d}$$

dove m è la massa della Terra (6×10^{24} kg) e M quella del Sole. Tuttavia è indispensabile ricavare la velocità terrestre la quale si ricava dalla seguente relazione:

$$v = \frac{2\pi d}{T}$$

dove T è il periodo dell'orbita ed equivale ad un anno pari a $3,15 \times 10^7$ s. Da ciò si ricava che la massa solare è pari a:

$$M = \frac{4\pi d^3}{GT^2} = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

3) Densità media

$$\rho = \frac{M}{V} = 1.420 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 1.42 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

La densità media del Sole è soltanto 1,4 volte quella dell'acqua, mentre la densità della Terra è circa 5,6 volte maggiore dell'acqua. Quindi il Sole è, rispetto alla Terra, un globo di raggio 100 volte maggiore, con un volume 1000000 volte più grande e una massa 330000 volte maggiore, ma mediamente più rarefatto.

4) Temperatura superficiale

Se si analizza la radiazione del Sole mediante uno spettroscopio si ottiene la curva del potere emissivo alle varie lunghezze d'onda. La temperatura superficiale solare può essere determinata in modo indiretto dalla curva tramite la valutazione della lunghezza d'onda a cui corrisponde il massimo di intensità dello spettro di emissione. Il massimo dell'intensità è situato nella regione

verde e precisamente a 5030 Å. Tuttavia l'intensità della radiazione solare è intensa anche a lunghezze d'onda più piccole e più grandi di λ_{\max} ed è per questo motivo che il colore del Sole ci appare giallo. Dalla legge dello spostamento di Wien si ottiene:

$$T = 5800 \text{ K}$$

5) *Potere emissivo (radianza o densità di flusso)*

$$I = \sigma T^4 = 6.5 \cdot 10^7 \frac{W}{m^2} = 65 \frac{MW}{m^2}$$

6) *Potenza totale irradiata da tutta la superficie (flusso raggiante)*

$$P = I \cdot S = 3.5 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

7) *Intensità della radiazione solare che giunge sulla Terra (costante solare o illuminamento)*

La potenza totale irradiata dal Sole è distribuita in modo uniforme sulla sfera ideale avente come raggio la distanza Terra-Sole d . Quindi:

$$I' = \frac{P}{4\pi d^2} = 1400 \frac{W}{m^2}$$

Da notare che non tutta questa intensità raggiunge la superficie terrestre a causa delle nubi che la riflettono in parte e dell'atmosfera che ne assorbe un po'.

8) *Esercizio*

Se l'intensità che giunge sulla Terra è di 1000 W/m² e si vuole riscaldare 6 tonnellate di acqua con un fornello solare lungo 6 metri e largo 1 metro, a quale temperatura esce l'acqua dal fornello se la temperatura iniziale è di 15 °C e se l'esposizione è durata 30 minuti?

La potenza di riscaldamento è:

$$P = I \cdot S = 6000 \text{ W}$$

L'energia ceduta è:

$$L = P \cdot t = 1.08 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Ma $L = Q$, il calore scambiato che vale:

$$L = m \cdot c \cdot \Delta T$$

dove c è il calore specifico dell'acqua. Dalla precedente relazione si ottiene la variazione di temperatura che risulta essere pari a:

$$\Delta T = \frac{L}{m \cdot c} = 2.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

E dunque la temperatura finale del serbatoio sarà pari a:

$$T_{finale} = T_{iniziale} + \Delta T = 17.6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

LABORATORIO - LEGGE DI WIEN E CORPO NERO

La legge del corpo nero è estremamente difficile da verificare sperimentalmente (occorre poter fare misure di illuminamento a diverse lunghezze d'onda) e da derivare teoricamente, sia nella formulazione finale di Planck sia nelle leggi approssimate di Rayleigh-Jeans (basse frequenze) che di Wien (alte frequenze).

Più accessibile invece è la legge dello spostamento di Wien, che stabilisce una proporzionalità inversa fra la lunghezza d'onda al picco dello spettro e la temperatura, espressa in gradi kelvin, del corpo che emette (1):

$$\lambda_{\max} T = 0.29 \cdot 10^{-3}$$

Il processo fisico che avviene nell'emissione della luce è sostanzialmente una trasformazione di energia termica in energia radiante. Un semplice modello che possiamo fare è rileggere la legge di Wien in questo modo (2):

$$T = \frac{A}{\lambda_{\max}} = \frac{A}{c} \nu_{\max}$$

dove c è la velocità della luce e $A = 0.29 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ è la costante dell'equazione (1). Nella relazione, il primo membro può essere interpretato come rappresentativo dell'energia termica e il secondo dell'energia radiante: la legge di Wien è quindi una descrizione della trasformazione di energia termica in energia radiante.

La temperatura assoluta è legata all'energia termica con una relazione di proporzionalità diretta. Si può stabilire il legame usando la teoria cinetica dei gas o la meccanica statistica e la costante di proporzionalità è la costante di Boltzmann $K = 8.6 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$. Se non è nota la teoria cinetica, si può passare attraverso la legge dei gas perfetti. Per una mole di sostanza, abbiamo (3):

$$PV = RT$$

RT rappresenta appunto l'energia termica, con R , costante dei gas perfetti, pari a $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$: dividendo per il numero di Avogadro $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, che è appunto il numero di molecole per mole, si ottiene la costante di Boltzmann K e quindi KT come valore dell'energia termica per molecola. Moltiplicando ambo i membri della (2) per K , si ha (4):

$$E_{termica} = KT = \frac{KA}{\lambda_{max}} = B\nu_{max}$$

La novità della legge di Wien sta nell'ultimo membro dell'equazione, perché mostra che l'energia termica si trasforma in energia radiante in modo proporzionale alla frequenza della radiazione luminosa. Perché è una novità? Perché, dall'elettromagnetismo classico ci saremmo aspettati un legame dell'energia termica del corpo che emette con l'intensità della radiazione luminosa prodotta, ma non con la sua frequenza!

Questo è anche il significato della relazione di Planck,

$$E = h\nu$$

che Planck derivò dall'analisi dello spettro completo del corpo nero e non solo dalla posizione del picco: la relazione indica appunto che lo scambio di energia fra radiazione e materia avviene per quanti di energia e che il valore dell'energia del singolo quanto è pari al prodotto della costante h per la frequenza.

Avendo riscritto la relazione di Wien nella forma data dall'equazione (4), possiamo calcolare il valore della costante B , che ha chiaramente le dimensioni di un'azione, cioè di un tempo per un'energia e quindi ci si aspetta che sia "parente" con la costante di Planck h . Infatti B vale:

$$B = \frac{KA}{c} = 1.4 \cdot 10^{-35} \text{ J} \cdot \text{s} = 5h$$

Osservazioni e misure sperimentali

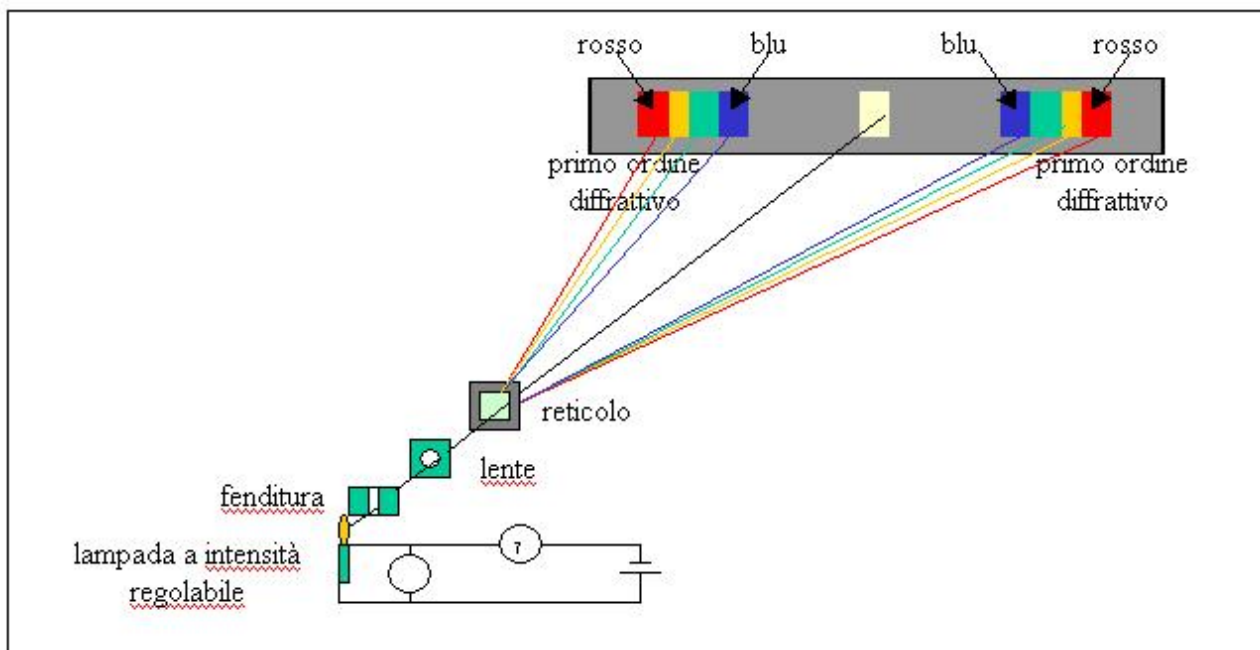
1. Una prima osservazione, a livello qualitativo e puramente percettivo, si può fare facilmente usando una lampadina a incandescenza alimentata con un trasformatore o un "varialuce" che permette di variare con continuità la tensione di alimentazione: si osserva facilmente che, a bassa tensione, l'intensità luminosa è bassa e anche il colore della luce è rossiccio, ad alta tensione l'intensità aumenta e anche il colore si sposta verso il bianco, cioè si arricchisce di luce azzurra a bassa lunghezza d'onda. Contemporaneamente si può percepire qualitativamente che la temperatura aumenta.

L'esperimento mostra quindi che ci sono almeno tre grandezze in gioco:

- l'intensità luminosa
- la lunghezza d'onda della luce (cioè il colore della luce)
- la temperatura

e che c'è una correlazione inversa fra lunghezza d'onda e intensità luminosa o temperatura. L'aspetto nuovo e importante di questo semplice esperimento è proprio in questa relazione inaspettata fra intensità luminosa e temperatura da un lato e lunghezza d'onda dominante della radiazione emessa: infatti ci si aspetta una relazione fra intensità luminosa e temperatura, perché entrambe sono intuitivamente collegabili all'energia (radiante la prima, termica la seconda), ma non fra temperatura e lunghezza d'onda.

2. Un esperimento, sempre a livello qualitativo, ma un po' più avanzato, si può fare mettendo a valle della lampada una fenditura ragionevolmente stretta, una lente convergente e un reticolo, come in figura. La fenditura serve a definire il fascio spazialmente, la lente a rendere i raggi paralleli, il reticolo a separare i colori, dando le due immagini al primo ordine diffrattivo. Abbassando l'intensità della luce, si osserva che per primo "scompare" il blu, poi il verde e per ultimo, a intensità molto basse, rimane il rosso (in realtà si continua a vedere una traccia anche di arancio).



METODOLOGIE DIDATTICHE

Le strategie didattiche che si intendono adottare sono prevalentemente la lezione frontale, limitata ad una breve parte dell'ora di lezione per sfruttare al meglio i tempi di attenzione, la lezione interattiva che stimoli gli allievi a porre e a porsi domande, a collegare situazioni e a ricercare soluzioni.

Per la presentazione dei nuovi contenuti e per lo svolgimento di esercizi significativi si farà uso di lezioni frontali; per la risoluzione di ulteriori esercizi in collaborazione insegnante-allievi si farà uso invece di lezioni dialogiche, con lo scopo di coinvolgere gli studenti nella realizzazione delle lezioni, sollecitandoli con opportune domande. I momenti di lezione frontale e dialogica non saranno rigidamente distinti, ma si potranno alternare nell'ambito della stessa ora di lezione. Alla presentazione di ogni nuovo concetto o metodo di risoluzione di problemi, seguirà lo svolgimento di esempi numerici. Talvolta sarà più opportuno partire da esempi significativi per giungere alla formulazione di proprietà generali. Inoltre la correzione in classe degli esercizi farà da spunto per nuove riflessioni e argomentazioni.

Una parte del monte ore dedicato alla seguente unità didattica verrà affrontata nel laboratorio di fisica, dove gli studenti potranno simulare un'esperienza sulla legge dello spostamento di Wien.

MATERIALI E STRUMENTI UTILIZZATI

- Lavagna, gessi colorati
- Libro di testo. Questo strumento dovrà presentare un linguaggio adeguato all'età, evidenziare i nodi concettuali evitando nel contempo pericolose banalizzazioni, sostenere uno studio individuale e le attività in classe. Il testo andrà usato in modo critico, adattandolo ed eventualmente semplificandolo, cercando un punto di contatto tra gli obiettivi della programmazione in classe e le abilità possedute dagli alunni. La difficoltà di un testo può essere legata ai contenuti, alle operazioni cognitive, agli aspetti linguistici o agli aspetti grafici. Per questo motivo, spesso emerge la necessità di completare, ridurre, schematizzare ed evidenziare quanto contenuto nel testo.
- Strumenti del laboratorio di fisica: lampada a intensità regolabile, fenditura, lente reticolo. Il laboratorio dovrà permettere di dividere i ragazzi in piccoli gruppi facendoli lavorare autonomamente al fine di apprendere sperimentando.

CONTROLLO DELL'APPRENDIMENTO

L'insegnante potrà valutare l'andamento dell'attività didattica e controllare la comprensione dell'argomento da parte degli alunni attraverso verifiche formative costituite da esercizi mirati, di difficoltà crescente, da svolgere a casa. Tali esercizi saranno successivamente discussi in classe, puntando principalmente su quelli in cui gli studenti hanno riscontrato maggiori difficoltà.

VALUTAZIONE

La valutazione dell'apprendimento si attua attraverso prove orali.

RECUPERO E APPROFONDIMENTO

Si prevedono attività di recupero per integrare e completare l'attività didattica. L'insegnamento è in ogni caso orientato alla continua ripresa degli argomenti su cui gli studenti incontrano maggiori difficoltà. Gli argomenti da recuperare sono individuati attraverso le prove orali. Le forme di recupero previste sono:

- Recupero svolto in classe attraverso la ripresa di concetti non ben assimilati e lo svolgimento di esercizi chiarificatori;
- Attività pomeridiane con gli studenti interessati ("sportello" e "ascolto didattico");
- Assegnazione allo studente di esercizi mirati alla difficoltà da recuperare e guidati nella risoluzione.

TEMPI DELL'INTERVENTO DIDATTICO

Viene proposta una descrizione del susseguirsi delle attività didattiche con i tempi necessari a ciascuna attività. Questa proposta va comunque considerata in maniera elastica, in quanto l'attività dipende molto dalle esigenze degli studenti.

Accertamento dei prerequisiti	1 h
Il Corpo nero	30 min
Sviluppi storici	30 min
Radiazione di corpo nero	1 h 30 min
Esempio	30 min
Ipotesi dei quanti di Planck	1 h 30 min
Esempio	30 min
Formula di Planck	2 h

Il corpo nero e l'astronomia	30 min
Legge di Stefan-Boltzmann	1 h
La temperatura di Marte	30 min
Il Sole come corpo nero	1 h
Laboratorio – Legge di Wien e corpo nero	2 h
Prove orali	

BIBLIOGRAFIA

- F. Buche, D. Jerde, G. Bonzini, CORSO DI FISICA vol. 3, Etas
- C. Mencuccini, V. Silvestrini, FISICA II, Liquori Editore
- U. Amaldi, FISICA IDEE ED ESPERIMENTI, Zanichelli
- J. Wilson, A. Buffa, FISICA PERCORSI E METODI vol.3, Principato
- J. Walker, FISICA volume terzo, Zanichelli
- A. Porati, M. Granero, I PRINCIPI DELLA FISICA, Einaudi Scuola
- C. Fanti, R. Fanti, LEZIONI DI RADIOASTRONOMIA, Università di Bologna
- M. Bergamaschini, P. Magazzini, L. Mazzoni, L'INDAGINE DEL MONDO FISICO, Carlo Signorelli editore
- A. Caforio, A. Ferilli, NUOVA PHYSICA 2000 vol. 3, Le Monnier
- A. Caforio, A. Ferilli, PHYSICA vol. 3, Le Monnier
- L. Nobili, PROCESSI RADIATIVI ED EQUAZIONE DEL TRASPORTO, Università di Padova
- C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloe, QUANTUM MECHANICS, John Wiley & Sons